

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Aplicação em Computadores Digitais

Carlos Henrique Costa Guimarães

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Aplicação em Computadores Digitais



EDITORA INTERCIÊNCIA

Rio de Janeiro – 2014

Copyright © 2013, by Carlos Henrique Costa Guimarães
Direitos Reservados em 2014 por **Editora Interciência Ltda.**

Diagramação: Ana Paula Lessa da Cunha Tavares

Revisão Ortográfica: Carlos Alexandre Fernandez

Márcia Valéria Nogueira da Rocha

Capa: Paula Almeida

CIP-Brasil. Catalogação-na-Fonte
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

G977s

Guimarães, Carlos Henrique Costa

Sistemas de numeração: aplicação em computadores digitais/Carlos Henrique
Costa Guimarães. – 1. ed. – Rio de Janeiro: Interciência, 2014.
154 p. il.; 23 cm.

Inclui bibliografia

anexos

ISBN 978-85-7193-336-1

1. Representação numérica. 2. Matemática. 3. Funções computáveis. 4. Lógica
simbólica e matemática. 5. Algoritmo. I. Título.

13.07120

CDD: 511.3

CDU: 510.6

É proibida a reprodução total ou parcial, por quaisquer meios,
sem autorização por escrito da editora.

www.editorainterciencia.com.br



Editora Interciência Ltda.

Rua Verna Magalhães, 66 – Engenho Novo

Rio de Janeiro – RJ – 20710-290

Tels.: (21) 2581-9378 / 2241-6916 – Fax: (21) 2501-4760

e-mail: vendas@editorainterciencia.com.br

Impresso no Brasil – *Printed in Brazil*

Difícil é o que não sabemos fazer ou resolver, pois quando aprendemos, deixa de ser.

PREFÁCIO

Nesta obra é feito inicialmente um breve histórico da invenção dos números com a evolução da sua forma gráfica de representação. São apresentados alguns aspectos computacionais, incluindo possíveis problemas numéricos quando se faz a aplicação em computadores digitais para resolver problemas matemáticos, pois estes têm capacidade finita na representação dos números, tanto nos seus limites quanto na sua precisão. É mostrado como representar os números em base numérica generalizada sob um ponto de vista não encontrado na literatura, apresentando como se pode fazer o armazenamento das informações. É enfocada a importância de mostrar ao leitor como a elaboração de um programa computacional pode ser otimizada sob o aspecto da precisão, aplicando métodos que podem contornar possíveis problemas numéricos. Problemas resolvidos e propostos fazem parte desta obra, com a finalidade de facilitar o aprendizado.

C.H.C.G.

SUMÁRIO

Prefácio	VII
1 Introdução.....	1
2 Números Naturais.....	5
2.1 Representação dos Números Naturais.....	5
2.2 Conversão de Bases Numéricas	7
2.3 Maior Número Natural (N_{max}).....	15
2.4 Menor Número Natural (N_{min}).....	16
2.5 Quantidade de Elementos do Conjunto dos Números Naturais (n_p)	17
2.6 Armazenamento dos Números Naturais em Memória	17
2.7 Exercícios.....	22
3 Números Inteiros	23
3.1 Representação dos Números Inteiros.....	23
3.2 Maior Número Inteiro (I_{max}).....	29
3.3 Menor Número Inteiro (I_{min}).....	30

3.4	Quantidade de Elementos do Conjunto dos Números Inteiros (n_p)	31
3.5	Exercícios.....	31
4	Números Reais	33
4.1	Representação dos Números Reais	33
4.2	Arredondamento dos Números Reais	35
4.3	Conversão de Bases Numéricas	37
4.4	Maior Número Real (X_{max}).....	50
4.5	Menor Número Real (X_{min}).....	52
4.6	Quantidade de Elementos do Conjunto dos Números Reais (n_p).....	53
4.7	Erros Cometidos na Representação dos Números Reais	53
4.7.1	Erro Absoluto.....	54
4.7.2	Erro Relativo	56
4.8	Erros de Propagação das Operações Aritméticas	60
4.8.1	Adição	60
4.8.2	Multiplicação.....	61
4.8.3	Divisão	62
4.9	Outros Erros	63
4.10	Condicionamento de Sistemas Lineares.....	64
4.11	O ε da Máquina	68
4.12	A Reta dos Números Reais.....	71
4.13	Desenvolvimento de Funções em Série de Taylor	77
4.13.1	Função Cosseno	79
4.13.2	Função Seno.....	83
4.13.3	Função Exponencial (e^x).....	83
4.13.4	Função Cosseno Hiperbólico	84
4.13.5	Função Seno Hiperbólico.....	84
4.13.6	Relações de Euler	85
4.13.7	Relações com Funções Hiperbólicas	86
4.14	Exercícios.....	87

5	Números Complexos	91
5.1	Representação dos Números Complexos.....	95
5.2	Raízes de Polinômios.....	97
5.2.1	Raízes de um Polinômio de 1º grau	97
5.2.2	Raízes de um Polinômio de 2º grau	97
5.2.3	Raízes de um Polinômio de 3º grau	98
5.2.4	Raízes de um Polinômio de 4º grau	102
5.3	Ajuste de Polinômios	105
5.3.1	Ajuste de uma Regressão Linear	105
5.3.2	Ajuste de uma Regressão Quadrática.....	109
5.3.3	Ajuste de um Polinômio de Grau n	117
5.3.4	Ponderação no Ajuste	120
5.4	Exercícios.....	122
6	Armazenamento de Matrizes.....	123
6.1	Armazenamento em uma Dimensão.....	123
6.2	Armazenamento em duas Dimensões.....	124
6.3	Armazenamento em três Dimensões.....	125
6.4	Armazenamento em n Dimensões.....	126
6.5	Exercício.....	126
7	Representação Alfanumérica.....	127
7.1	Exercícios.....	135
ANEXOS.....		137
A.1	Código para o Cálculo das Raízes de um Polinômio de 3º Grau	137
A.2	Código para o Cálculo das Raízes de um Polinômio de 4º Grau	139
Referências		145

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Memória RAM	18
Figura 2.2	Estrutura Encadeada de um <i>Hard Disk</i>	21
Figura 3.1	Técnica do Complemento à Base Numérica	24
Figura 4.1	Informações de um Número Real	35
Figura 4.2	Particularidade para a Base Binária	35
Figura 4.3	Arredondamento de um Número Real	36
Figura 4.4	Operação de Desnormalização	70
Figura 4.5	Reta dos Números Reais	73
Figura 4.6	Evolução dos Erros Absolutos	75
Figura 4.7	Evolução dos Erros Relativos	76
Figura 4.8	Função $f(x)$ qualquer	77
Figura 4.9	Posição dos Arcos nos 4 Quadrantes	81
Figura 4.10	Relação entre Arcos Complementares	82
Figura 5.1	Ajuste da Regressão Linear	105
Figura 5.2	Regressão Linear Ajustada	109
Figura 5.3	Ajuste da Regressão Quadrática	110
Figura 5.4	Regressão Quadrática Ajustada	116
Figura 6.1	Armazenamento de Vetores	124