

Conteúdo

1	Grafos: noções básicas	1
1.1	Introdução	1
1.1.1	Grafos e digrafos como modelos	4
1.1.2	Diagramas: grafos abstratos <i>vs</i> topológicos	6
1.2	Isomorfismos	7
1.3	Graus e semigraus	8
1.4	Subgrafos e subdigrafos	9
1.5	Grafos e digrafos especiais	10
1.6	Grafos e digrafos complementares	16
1.7	Acoplamentos	18
1.8	Operações com grafos	19
1.8.1	Operações unárias: homeomorfismo, contração, homomorfismo e cisão de vértices	19
1.8.2	Operações binárias: soma, união, junção, produtos	22
1.8.3	Operadores ou transformações em grafos	25
1.9	E quanto a operações com digrafos?	26
1.10	Menores	27
1.11	Uns desafios extra	29
1.12	Sugestões para a resolução dos exercícios	29
2	Estruturas fundamentais	35
2.1	Percursos ou passeios, trilhos, caminhos	35
2.2	Distância, diâmetro, raio, centros e potências	38
2.3	Conexão e componentes conexas	41
2.4	Vértices de articulação e arestas de corte	44
2.4.1	O monoisomorfismo de Whitney na Eletrotecnia	48
2.5	Condensação	49
2.6	Conectividade	50
2.6.1	Revisitando os blocos	51
2.6.2	Dois teoremas clássicos	52
2.7	Árvores e florestas	52
2.7.1	Generalidades	53
2.7.2	Arborescências e aplicações	55

2.7.3	Florestas ordenadas e números de Catalan	59
2.7.4	Fórmula de Cayley. Quantas árvores há?	62
2.7.5	Árvores como subgrafos. Algoritmos BFS e DFS	65
2.7.6	Atribuição de sentidos únicos a vias urbanas	68
2.8	Índices associados a grafos e digrafos	70
2.8.1	Graus extremos e médio, distâncias, densidade, cintura e gaiolas	70
2.8.2	Independência, cobertura, cliques, dominância	72
2.8.3	Números cromáticos	74
2.8.4	Grafos perfeitos	76
2.8.5	Arboricidades e índices de partição	77
2.8.6	Nulidade e característica	79
2.9	Infinitos, grandes, dinâmicos, expansionistas	81
2.10	Hipergrafos	87
2.11	Aleatoriedade e grafos	88
2.12	Um grafo infinito: o grafo universal	90
2.13	Sugestões para a resolução dos exercícios	92
2.14	Símbolos introduzidos no Capítulo 2	100
3	Percursos de Euler e de Hamilton-Kirkman	101
3.1	Trilhos de Euler	101
3.1.1	Digrafos eulerianos	104
3.2	Caminhos de Hamilton-Kirkman	106
3.2.1	Digrafos e ciclos de Hamilton-Kirkman	109
3.2.2	Uma caracterização da hamiltoniedade	109
3.2.3	Uma digressão (aparentemente) recreativa	111
3.3	Digressão sobre complexidade computacional	113
3.4	Provas com revelação nula	115
3.5	Hipercubos	120
3.6	K_{m+1} e o simplex a m dimensões	122
3.7	Sugestões para a resolução dos exercícios	123
4	Planaridade e dualidade	131
4.1	Uma digressão pela Topologia	131
4.2	Você disse "intuição"?	133
4.3	Grafos planares	135
4.3.1	Mais índices e operações em grafos planares	136
4.3.2	Fórmula de Euler e suas consequências	138
4.4	Teoremas de Kuratowski e Wagner	143
4.5	Dualidade: quantas definições?	148
4.5.1	Primeira definição, usando formas planas	149
4.5.2	Segunda definição, usando formas planas	153
4.5.3	Terceira definição, ciclos e cortes	154
4.5.4	Quarta definição, nulidade e característica	159
4.5.5	Equivalências entre definições	171

4.5.6	Isomorfismo circular e bi-isomorfismo	172
4.6	Planaridade e o teorema das quatro cores	175
4.6.1	Descargas	179
4.7	Planaridade, hamiltoniedade, diagramas de Venn	185
4.8	Sugestões para a resolução dos exercícios	190
5	Grafos, redes e matrizes	199
5.1	Representando grafos	199
5.2	Matrizes de adjacência	200
5.2.1	Adjacência descritiva	200
5.2.2	Adjacência aritmética ou numérica	204
5.2.3	Adjacência de Boole	204
5.2.4	Nilpotência, aciclicidade, ordenamento topológico	205
5.2.5	Reordenamento das filas de matrizes	208
5.2.6	Grafos e matrizes em ajuda mútua	214
5.2.7	Motores de busca e matriz de adjacência	215
5.3	Matriz de alcançabilidade	216
5.4	Matriz do fecho transitivo	217
5.5	O conceito de fecho de uma relação binária	219
5.5.1	Operador de fecho	221
5.5.2	A propósito da definição de fecho	223
5.6	O algoritmo de Stephen Warshall	224
5.7	Matrizes de distâncias e realizações por grafos	228
5.7.1	Generalidades	228
5.7.2	Matrizes 3×3 e 4×4	230
5.7.3	Critérios de otimalidade e suas aplicações	233
5.7.4	Realizabilidade por árvore	239
5.7.5	Existência de realização otimal	243
5.7.6	Quase-distâncias e realizações por digrafos	244
5.7.7	Compactificações e reduções simples e generalizadas	246
5.8	Sugestões para a resolução dos exercícios	250
6	Redes ou grafos valorados	257
6.1	Sinais nas arestas	257
6.2	Fraquezas de um modelo	262
6.3	Medir o equilíbrio ou o desequilíbrio	263
6.4	Grafos completos assinalados	265
6.4.1	Mais uma medida do grau de desequilíbrio	267
6.5	Sistemas dinâmicos e digrafos	269
6.5.1	Sinais nos arcos	270
6.5.2	Grafos e digrafos assinalados <i>vs</i> matrizes de sinais	277
6.5.3	Autômatos finitos	277
6.6	Arestas valoradas: árvores mínima e máxima	283
6.6.1	Borůvka e Kruskal	283

6.6.2	Algoritmo de Kruskal	284
6.7	Caminhos e distâncias	286
6.7.1	Algoritmo de Dantzig	287
6.7.2	Algoritmo de Floyd	289
6.8	Fluxos	290
6.8.1	Algoritmo do fluxo máximo	294
6.8.2	Acoplamentos em grafos bipartidos	297
6.8.3	Teoremas de Menger e Whitney e conectividade	298
6.8.4	Do tráfego automóvel aos fluxos hidrodinâmicos	300
6.8.5	Fluxos e suas múltiplas variantes	301
6.9	Grafos de interseção, de intervalos, de arcos	302
6.9.1	Digrafos de conexão	306
6.10	Semáforos e grafos de compatibilidade	307
6.11	Sugestões para a resolução dos exercícios	315
	Bibliografia	321
	Índice	337